

Прегледни рад

Примљено: 2012.

Ревидирана верзија: 12. 5. 2016.

Одобрено за штампу: 28. 6. 2016.

UDK 141.131

## ОСНОВЕ ПЛАТОНОВЕ ФИЛОЗОФИЈЕ ПРИРОДЕ И АНТИЧКИ ОБРАЗОВНИ СИСТЕМ<sup>а</sup>

Предраг Милосављевић

Универзитет у Београду, Студије при Универзитету,  
Историја и филозофија природних наука и технологије, Београд, Србија  
*pmilosavljevic@gmail.com*

### Апстракт

Циљ овог рада је да укаже на другачији приступ у анализи природнофилозофских садржаја и исказних облика на основу којих је Платон аргументовао геометријске карактеристике *космолошког броја*, познатијег као *Платонов геометријски број*. У раду је представљен један део резултата мултидисциплинарног истраживања који указује да је исказе о космолошком броју потребно посматрати у контексту описа елемената констуктабилне геометријске матрице, којом је Платон на јединствен начин објединио принципе небеске механике и основе структурирања материје. Кључну улогу у конципирању космолошке константе, али и основа античке образовне доктрине имало је успостављање система геометријско-структуралних веза непрекидне поделе, интервала питагорејске музичке лествице и посебних феномена простирања светлости (примарног и секундарног дугиног угла).

**Кључне речи:** Платонов космолошки број, непрекидна сразмера, питагорејска музичка лествица, филозофија природе, дугин угао.

## THE BASICS OF PLATO'S NATURAL PHYLOSOPHY AND THE ANCIENT EDUCATIONAL SYSTEM

### Abstract

The objective of this paper is to present a different approach to the analysis of the natural-philosophical contents and the statements that Plato used to argument the geometrical characteristics of the cosmological number, better known as Plato's Geometrical Number. The paper discusses a part of the multidisciplinary research results showing that the statements about the cosmological number should be observed as the

---

<sup>а</sup> Рад је настао у оквиру пројекта *Теорија и пракса науке у друштву: мултидисциплинарне, образовне и међугенерациске перспективе* (ОИ 179048, Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије).

description of the constructible geometrical matrix elements that Plato used to unify the principles of the celestial mechanics' principles and the basics of matter structuring in a unique way. The crucial role in conceiving not only the cosmological constant, but also the basics of the ancient educational doctrine, belonged to the establishing of geometrical-structural connections between the continuous proportion, the Pythagorean musical scale intervals and the special phenomena of light propagation (primary and secondary rainbow angles).

**Key words:** Plato's cosmological number, continuous proportion, Pythagorean musical scale, the philosophy of nature, rainbow angle.

### ПЛАТОНОВ КОСМОЛОШКИ БРОЈ

Од тренутка када је Платон (424–347. год. старе ере) у спису *Држава* (књига осма, III, 545d–547a)<sup>1</sup> указао на аритметичке вредности и значај спознаје Космолошке константе, односно „Геометријског” или „Свадбеног броја”, велики број филозофа, математичара, астронома и физичара покушао је током времена да протумачи и формализује ово, вероватно једно од најзначајнијих, али у исто време и најтеже разумљивих места у античкој филозофији природе.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Детаље о *космолошкој константи* (геометријском броју) видети у: Platon, (1969). *Država* (prev. Albin Vilhar). Beograd: Kultura, 266–267. Видети: Aristotel, (1970). *Politika* (knjiga V, glava 12, 8). Beograd: Kultura.

<sup>2</sup> Платоновим космолошким бројем бавио се велики број истраживача, а међу најзначајније радове спадају: Donaldson, J. (1843). On Plato's Number. *Proceedings of the Philological Society*, Vol. 1, Issue 8, 81–90; Dupuis, J. (1885). *Le Nombre Geometrique de Platon*. Paris: Hachette; Weber, O (1981). *De Numero Platonis*; Cassel: Programm für Schuljahre 1861/2; Lyceum Fredericianum; Adam J., *The nuptial number of Plato: its solution and significance*; C. J. Clay and Sons, London, 1891; Adam, J. (1892). The Nuptial Number of Plato: Its Solution and Significance. *The Classical Review*, Vol. 6, No. 4, 152–156; Adam, J., Monroe, D. B. (1892). Mr. Adam and Mr. Monroe on the Nuptial Number of Plato. *The Classical Review*, Vol. 6, No. 6, 240–244; Adam, J. (1902). The Arithmetical Solution of Plato's number. *The Classical Review*, Vol. 16, No. 1, 17–23; Adam, J. (1902). *The Republic of Plato*. Cambridge: Cambridge University Press; Johns, C. H. W. (Rev.) (1907). Plato's Number. Cuneiform Texts Discovered by the Babylonian Expedition of the University of Philadelphia. *The Classical Review*, Vol. 21, No. 8, 246–247; Barton, G. A. (1908). On the Babylonian Origin of Platos's Nuptial Number. *Journal of the American Oriental Society*, Vol. 29, 210–219; Laird, A. G. (1918). *Plato's Geometrical Number and the Comment of Proclus*. Menasha, Wisconsin: The Collegiate Press, George Banta Publishing Company; Bury, R. G. (Rev.) (1919). Plato's Geometrical Number and the Comment of Proclus by A. G. Laird. *The Classical Review*, Vol. 33, No. 1/2, 45–46; Young, G. C. (1925). On the Solution of a Pair of Simultaneous Diophantine Equations Connected with the Nuptial Number of Plato. *Proc. London Math. Soc.*, s2–23, 1, 27–44; Diès, A. (1936). *Le Nombre de Platon: Essai d'exégèse et d'Histoire*. Paris: Imprimerie nationale; Ehrhardt, (1986). The Word of Muses (Plato, Rep. 8.546). *The Classical Quarterly*, New Series, Vol. 36, No. 2, 407–420; Ehrhardt, (1986). The Word of Muses (Plato, Rep. 8.546). *The Classical Quarterly*, New Series, Vol. 36, No. 2, 407–

Платон је на више места унутар својих дијалога предочио да се у основи структурирања материје, променама формација и цикличним процесима у природи и космосу налази јединствено геометријско начело из кога проистичу динамичке основе природног реда величина. С друге стране, сегменти Платонових дијалога и предсократовске филозофије природе указали су на ниво античког разумевања геометрије природних процеса и граничних вредности за које су антички физичари претпоставили да се налазе у основи људске спознаје. Платон је у својим дијалозима указао на то да се поменуте граничне вредности свде на сразмерски систем у чијој се основи налази једноставна геометризација *непрекидне поделе* („средње и коначне размере”).

*Геометријски модел у основи природнофилозофске спознаје*

Иако у Платоновим аргументима кључну улогу имају бројеви и аритметичка решења, спознаја космолошког броја се не своди на строго математички проблем или аритметизовани исказ у коме број по себи има посебно значење, издвојено од геометријских особина подударних одређеним емпиријским вредностима. Анализом различитих приступа и покушаја да се објасне значење и могућа примена Платоновог космолошког броја дошло се до два кључна проблема. Први, који је указао да се без посматрања конструктивилне методе, којом се Платон служио као угледним моделом, не могу у потпуности разумети и објаснити структурално-аналогичке основе које су обухваћене описом космолошке константе и општим ставом који Платон има према геометријској систематизацији елемената природнофилозофске спознаје. Платон (*Тимај*, 40d) у вези с тим био је изричит: „о свему томе говорити без посматрања модела, који их приказује, био би залудан посао” (Платон, 1995, стр. 90).

Исти разлог је довео у питање и решења која се односе на сегменте дијалога у којима Платон аритметичке односе и геометријске облике доводи у везу са законима природе и нужним условом који омогућава да се остваре чулна опажања и посебни умни процеси (попут обраде и креативне рефлексije информација добијених чулним запажањем). Други, не мање значајан, проблем своди се на чињеницу која указује на то да је Платон своје природнофило-

---

420.; Popov, M. A. (1999). On Plato's Periodic Perfect Numbers. *Bull. Sci. Math.*, Vol. 123, 29–31; Dumbrill, R. J. (2009). Four Tables from the Temple Library of Nippur: A Source for 'Plato's Number' in relation to the Quantification of Babylonian Tone Numbers. *The Archaeomusicological Review of the Ancient Near East*. Vol. 1, 27–38; McNamee, K., Jacovides, M. L. (2003). Annotation to the Speech of the Muses (Plato Republic 546B-C). *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik*, Bd. 144, 31–50; Egan, J. (2010) *Dee's Decad of Shapes and Plato's Number*. Newport, Rhode Island: Cosmopolite Press.

зофске ставове претежно заснивао на вишезначним (семиотичким, метафоричко-алегоријским или митотворним) облицима изражавања, који су представљали традиционалне методе излагања коришћене од стране његових претходника и савременика од којих је стицао знање. Наиме, Платоново изражавање се сводило на употребу асоцијативних појмова, односно исказних облика прилагођених говору, културолошким односима и елементима који су чинили саставни део свакодневног живота, те комуникација циљне групе којој се обраћао. На то, између осталог, указује и сам акузматичко-дијалогски облик излагања, којим се овај истакнути филозоф доследно служио приликом саопштавања научних (филозофских) резултата ширем кругу грађана. Платон је помоћу принципа економичности, заснованог на употреби мањег броја појмова и односа, тежио да објасни и структурално обједини нивое аритметичке подударности и геометријске сличности које су биле препознате приликом систематизације апстрактних облика и емпиријских резултата. Разлоге за конципирање митотворних и метафоричких исказа и аналогичке синтезе делимично је појаснио Аристотел (384–322. год. старе ере) у спису *Метафизика* (1074a–1074b):

„Прва покретачка непокретна сила била је дакле једна истовремено и као појам и као број, па је, према томе, и све што се вечито креће и што је непрекидно само једно. Постоји, дакле, само једно небо. А предање, примљено из древне прошлости и као мит остављено будућности учи нас да су прве супстанце богови и да оно што је божанско обухвата читаву природу. Све остало у вези са овим предањем било је додато касније у виду мита да би убедиле масе и да би послужиле законима и општој користи: тако се боговима даје људски лик, или се они показују као да личе на неке животиње и овоме се додају сваковрсне појединости ове природе. Ако се од ових тумачења одвоји оно што представља њихову почетну основу и ако се она размотре засебно, тј. да су све праве супстанције богови, онда ће се помислити да је све то заиста божанска тврдња” (Aristotel, 1971, str. 303–304).

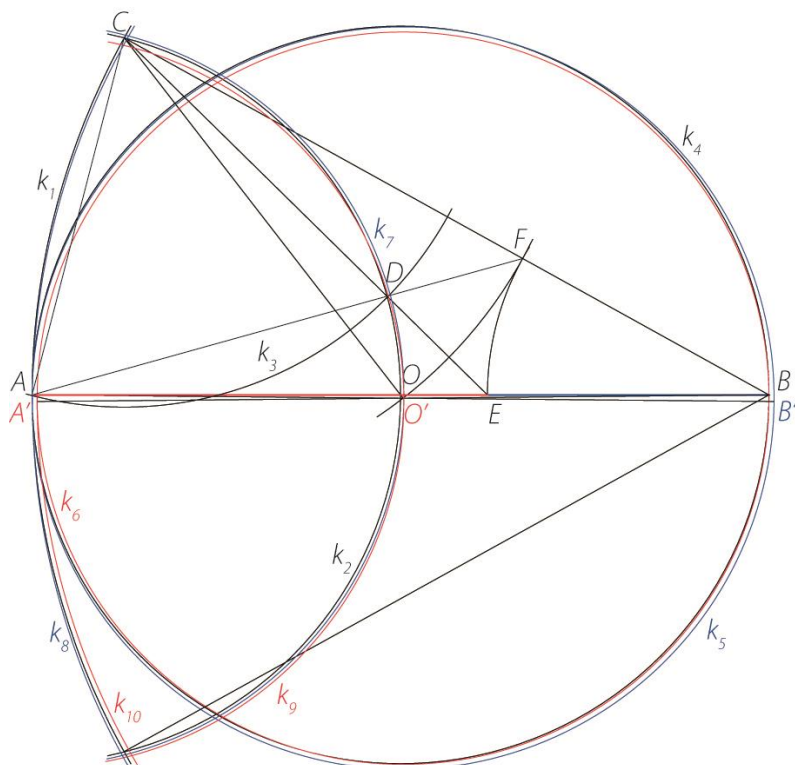
Платон је уместо сложенијих аритметичких исказа, за чије је разумевање био потребан виши степен математичког или одређеног теоријског (природнофилозофског) предзнања, формализацију елемената геометријске конструкције и њихову подударност са геометријом опсервабилних односа свео на апроксимативне резултате изведене комбиновањем мањег броја целобројних вредности и простијих математичких операција (сабирања, одузимања, множења, дељења, кореновања и квадрирања). Платон је о геометријско-структуралном значењу њихових резултата, које је посматрао у односу на вредности опсервабилних феномена – кретања небеских тела и утицаја које оно има на развој и одржање природних процеса и живота

уопште – говорио на више места у својим дијалозима. Међу њима се налази и сегмент из дијалога *Епиномис* (979a):

„Када је реч о наизменичном комбиновању свих бројева, мислим да је (божанство) због овог тешког задатка створило, као што рекох, Селену [персонификација Месеца], која се повећава и смањује, установило поред године и месеца, и ми смо срећним случајем почели сагледавати однос сваког броја према броју. Због тога, такође, добисмо плодове и плодну земљу, те има хране за сва створења, ако умерени ветрови и кише стижу на време” (Platon, 1990, str. 439).

Иако се не може тврдити да је реч о одређеној врсти криптолошког приступа, Платонов синтактички модел је у потпуности испунио задатак, јер се показало да је без посматрања геометријског модела заиста узалудно приступити решавању проблема аналогije и поистовећивања рационалних конструката и емпиријских резултата до којих су могли да дођу антички филозофи природе (астрономи и физичари). О томе управо сведоче Платонове тврдње у којима је истакнута потреба да се одређени бројеви и односи бројева доведу у везу с уоченим временом „опхода” небеских тела. Међутим, и поред свих покушаја да се космолошки број објасни само преко аритметизованих исказа или применом геометријских односа и облика (правилних полигона и правилних тела), посматраних независно од поступка геометријског конструисања њихових структуралних елемената (односа страница, распона углова, распореда темена итд.), остало је и даље нејасно о каквој конструктабилној аналогiji је реч и који геометријски образац је Платон покушао да појасни преко универзално схваћених вредности броја и појма сразмере. Резултати истраживања су указали на то да је Платон до обједињеног резултата и структурално-хармонијске зависности бројева и сразмера могао да дође преко геометријске конструкције *лествичне деобе по златном пресеку* (Слика 1).

Поред елемената Платонове космолошке константе, поменуто решење доводи у структурално-геометријску везу и интервале питагорејске музичке лествице, распоне углова подударне дугином примарном и секундарном углу, као и угловима атмосферског преламања светлости које су старогрчки инжењери користили како би у оквиру архитектонског израза постигли оптичке корекције (ентазис) и правилну оријентацију објекта (аналема)



Слика 1. Геометријска конструкција лествичне деобе  
по златном пресеку  
(Милосављевић, 2007, стр. 9)

Figure 1. The geometric method of scalar/angular division  
by Golden ratio

*Космолошка константа и природни феномени  
у основи Платонове теорије сазнања*

Синтезом посебних аритметичких вредности Платон је покушао да укаже на елементе који геометријску матрицу космолошке константе чине структурално особеном и подудараном са геометријским особинама феномена у природи и процесима структурирања материје. Геометријско решење којим се служио Платон указује на геометријске основе космичке динамике и деловања које је могуће свести на математичке вредности и односе „великих” (октава, квинта, кварта, цели тон и сазвучје) и „малих интервала” питагорејске музичке лествице (дијезис, кома, шизма и дијашизма).<sup>3</sup> Пла-

тон је на тај начин посебан нагласак ставио на чињеницу која указује на то да у природи и космичком деловању постоје одређена „мала одступања” од рационално успостављене основе – *сферне симетрије*, која је у античком раздобљу била посматрана као савршено начело и исход космичког структурирања. Опис космолошке константе указује на Платонове тежње да нагласи важност поменутих одступања и чињенице да оне имају тачно одређено геометријско место у односу на сферну симетрију. Платонове наводи уједно говоре о томе да структурално-сразмерска усклађеност „малих интервала” одсликава принцип континуално одрживе асиметричне равнотеже космичког структурирања, у чијој се основи налази посебан вид геометријске сразмерности – *непрекидна подела*.<sup>4</sup> За Платона је притом од посебне важности била могућност да се елементи претпостављеног геометријског система конструишу помоћу шестара и лењира, односно геометријском методом која би обезбедила да се поредак просторних односа и временских елемената математички формализује, теоријски објасни (систематизује) и догматски оправда. Платон је грађанима који су имали одређени степен акузматишког знања, односно који су у били образовани и упућени у природнофилозофска знања, на посредан начин, кроз одређену врсту „откровења”, говорио о карактеристикама поменутих одступања и нивоу њихове подударности са математички (геометријски) устројеним начелом за које је претпоставио да се налази у основи космичког структурирања. Упрошћени искази, пропраћени поједностављеним и апроксимативним математичким решењима, требало је да привуку пажњу и подстакну на размишљање и оне грађане који нису располагали таквом врстом знања или који нису имали склоност према математичкој науци и таквом приступу спознаји (синтези) елемената природног поретка и друштвеног устројства. О поменутом приступу и разлозима да се грађани подстакну на математичко размишљање о природи, Платон је говорио у дијалогу *Епиномис* (747а):

„Као опште начело ваља истаћи да је у сваком погледу корисна делљивост бројева и разноликост њихових односа, која се показује и у њиховим међусобним везама и у примени код одређивања дужине и дубине, код одређивања звукова и покрета колико у правцу горе [од средишта] и доле [према средишту] толико и код кружног кретања. Све то законодавац треба да има у виду и да наређује грађанима да нипошто, уколико је то могуће, не занемаре само начело поретка које почива на бројевима. Јер, од бројева нема ничега кориснијег за економију, политику и сва умења. А што је најважније, дремљивца по при-

<sup>4</sup> Платон је о *непрекидној подели*, коју је означио појмом *сразмера*, говори у дијалозима *Држава* (књига VIII, 545–547) и *Тимај* (31с).

роди и човека необразованог рачунање буди и улива му лакоћу схватања, памћења и бистрину; и тако он, упркос својој слабијој природној надарености, може да напредује, јер му у томе помаже то божанско знање” (Platon, 1990, str. 162).

Анализа Платоновог дела захтева сагледавање исказа кроз тростепену вертикалу засновану на аналогiji подударних вредности, чији је коначни исход (резултат подударности) било потребно двостерно анализирати и верификовати како би се постигло знање потребно за одрживо управљање и усклађивање природних и друштвених процеса:

#### **Геометријски метод**

(преко кога се на рационалном и конструктабилном нивоу може извршити преглед односа просторно-временског поретка)

↑↓

#### **Поједностављени (апроксимативни) аритметички исказ**

(преко кога се резултати геометријске методе и опсервабилних чињеница могу описати са високим степеном аритметичке тачности)

↑↓

#### **Структурална аналогija**

(којом је могуће указати на геометријску подударност рационалних конструката и емпиријски уочених вредности).

Изостављањем једног од поменутих сегмената приликом анализе Платонових исказа нарушава се целовитост Платонове логике и могућности за увид у геометријску аналогiju рацио-емпиријских односа који су били операционализовани у систему античке филозофије. Непотпуним приступом доводи до резултата који чини да систем установљених вредности или аналитичких основа постане нејасан, а решење непримењиво и несинтетичко. Уједно, такав приступ је представљао и један од основних разлога због кога су до сада постигнута објашњења космолошке константе и Платонових аргумената у вези са начелом природнофилозофске спознаје била сагледана као недоречена или недовољно смислена. Ово се посебно односи на поистовећивање елемената космолошке константе („прве и друге хармоније”) са бројевима које је Платон у својим дијалозима на непосредан начин објаснио заједно са разлозима њихове примене (попут „идеалног броја грађана” грчког полиса, „броја тирана”).



Табела 1. Упоредне вредности интервала питагорејске музичке лествице и елемената правилних геометријских тела посматране у односу на конструкцију лествичне деобе по златном пресеку и опис елемената „космолошке константе”

Table 1. Compared values of the Pythagorean musical scale intervals and the elements of regular geometrical solids viewed in relation to the construction of scalar/angular division by golden ratio and the description of the “cosmological constant’ elements”

Елементи конструкције лествичне деобе* (Сл. 1 и 2)	Бројевна вредност	Упрошћени аритметички исказ	Подударност са елементима „космолошког броја”, интервалима питагорејске музичке лествице и опсервабилним вредностима	Подударност са елементима правилних геометријских тела
$OA$	0,5	$\frac{1}{2}$	Мала октава	Полупречник уписане сфере у коцку
$AB$	1,0	$\frac{1}{1}$	Сазвучје	Интердијаметар октаедра
$CO$	0,61237	$\sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$	Корен од квинте подељене малом октавом	Полупречник описане сфере око тетраедра
$CE = AF$	0,690983	$\frac{2}{1} - \left( \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} \right)$	Велика октава умањена за квадрат непрекидне поделе ( $\Phi^2$ ) помножена малом октавом	Велика октава умањена за интеррадијус додекаедра
$AE = CF = CO'$	0,618034	$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$	Непрекидна подела ( $\phi$ )	Однос дужине странице икоседрa и дужине растојања међу наспрним страницама икосаедра
$EB = FB$	0,381966	$\left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2$	Квадрат непрекидне поделе ( $\phi^2$ )	Однос дужине странице петоугаоника (ивице додекаедра) и дужине растојања међу наспрним

\* Резултате и описе из табеле упоредити са елементима изведеним помоћу геометријске методе лествичне деобе по златном пресеку (Слика 1).

				страницама додекаедра
$\angle COA$	52,238°	$\arccos \frac{\sqrt{6}}{4} \approx$ $\left(\left(\frac{3}{4} + 5\right) \times 3^2\right)$ $+ \left(\frac{1 - \frac{\sqrt{5}}{100}}{2}\right)$	Секундарни дугин угао	/
$\angle ABA'$	0.516°	$\frac{(\sqrt[100]{5})^2}{2}$	Угао атмосферске рефракције (екваторијалне)	/
$\angle BAB'$	0.509°	$\frac{100\sqrt{2} \times 100\sqrt{3}}{2}$	Угао атмосферске рефракције	/
$AB'$	1.0069	$100\sqrt{2}$	Платонова „прва хармонија“ <sup>5</sup>	/
$BA'$	0.993	$1 - \frac{100\sqrt{2} - 1}{100\sqrt{3}}$	Платонова „друга хармонија“; <i>Велика октава</i> умањена за <i>питагорејску</i> <i>шизму</i>	/
$\angle CO'A$	51,729°	$\frac{360^\circ + (\frac{256 \times 2}{243 \times 1})}{7}$ или $\left(\frac{3}{4} \times 5\right)^3 - \sqrt{100\sqrt{3}}$	Угао Платонове дијагонале <i>прве</i> <i>хармоније</i> („дијагонала Истог“) <sup>5</sup> ; угао Кроносове (Сатурнове) прве опозиције <i>апогеја</i> <sup>6</sup>	/
$\angle CO'A'$	52,755°	$\left(\left(\frac{3}{4} + 5\right) \times 3^2\right)$ $+ \sqrt{100\sqrt{3}}$	Угао Платонове дијагонале <i>друге</i> <i>хармоније</i> („дијагонала Другог“)	/

<sup>5</sup> У вези са „дијагоналном Истог“ и „Другог“ видети у: Платон, (1995). *Тимај* (прев. Маријанца Пакиж). Врњачка Бања: Ейдос, стр. 80–82.

<sup>6</sup> Видети: Ptolomy, (1952). *The Almagest*, U Hutchins R. M (Ed.), *Great Books of the Western World* (374–376). Vol. 16, Chicago: Encyclopæ Britannica. Улога *Кроноса*, по коме је у античкој Грчкој шеста планета Сунчевог система добила име (у римској традицији – *Сатурн*), имао је једно од најзначајнијих места у античкој филозофији природе, посебно када је реч о појму времена у предсократовским погледима на свет. Више о симболичком карактеру Сатурна видети у студији: Klibinsky, R., Panofsky, E., Saxl, F. (1979). *Saturn and Melancholy. Studies in the History of Natural Philosophy, Religion and Art*. Nendeln/Liechtenstein: Kraus Reprint; Milosavljević, P., Kandić, A. (2011). Geometrical aspects of Chronos: Ancient teachings about time and cosmic order. U *The Concept of Divine in its Diachronic Dimension* (str. 254–263). Athens: Olympic Center for Philosophy and Culture.

С обзиром на то да Платон елементе аналошког система није објединио у оквиру једног од својих дијалога, решење проблема космолошке константе било је потребно потражити у синтези сегментата различитих дијалога у којима се појам „душе”, аритметички искази и описи феномена у вези са особинама светлости, односима периодичних обртања небеских тела и различитим системима мерења годишњег циклуса, доводе у везу са непрекидном поделом, принципом *хармоније* и интервалима питагорејске музичке лествице. Аристотел је у делу *Друга аналитика* (глава петнаеста) указао на то да се решење поменутог проблема своди на одређену врсту идентичности:

„Неки проблеми које треба решити јесу идентични, зато што имају само један исти средњи термин, зато што све што сачињава групу чињеница које треба доказати јесте последица супротног дејства. Међу самим овим проблемима неки су идентични само по врсти, и то су они који се разликују међусобно само зато што се односе на различите субјекте, или који се разликују начином манифестовања. Ово је, на пример, случај ако се тражи узрок одјека, или одбијања светлости, или узрок дуге. Јер сви ови проблеми свде се по врсти на једно исто питање (јер све ове појаве јесу облици одбијања звука и светлосних зракова) – али они се разликују по роду” (Aristotel, 1970, str. 351).

У оквиру поменутог сегмента је Аристотел ставио нагласак на идентичност која се препознаје у основама простирања звука и светлости (одбијања светлости и феномена дуге). С друге стране, иако је реч о једној од спознајних могућности, Аристотелови наводи у спису *О души* (402а) указују на то да су и у том раздобљу филозофи природе размишљали о потреби да се „суштина и облик” визуелизују помоћу јединствене методе:

„Како је пак ово истраживање заједничко и многим другим стварима – мислим о суштини и о облику – могло би се помислити да постоји само једна метода за све о чему желимо спознати суштину као што је и доказивање особина тако да би та метода била она коју треба тражити...” (Aristotel, 1987, str. 3).

Поред Аристотелових тврдњи, од посебног значаја за правилно склапање Платоновог спознајног мозаика била су и схватања питагорејаца. Попут питагорејаца, Платон је сматрао да један од најзначајнијих сегмената у образовању младих Грка имају учења о геометријском устројству сразмера, без кога, како се тада сматрало, човек није у стању да формира јединствену слику и формалну (математичку) верификацију односа просторно-временске уређености материјалног света. На основу квантитативних вредности постигнутих геометријском анализом Платоновог космолошког броја и осталих

исказа у којима бројеви и концепт геометризације имају значајну улогу, може се доћи до закључка да су физичари тог периода постигли решење које говори о основној улози коју у уређењу и усклађивању нивоа природних и космичких процеса има систем обједињених функција *полупречника* (у својству симетричног и „дискретног” почела) и *непрекидне поделе* (у својству асиметричног и „ирационалног” почела).

### *ПОЈАМ ВРЕМЕНА, ПИТАГОРЕЈСКА МУЗИЧКА ЛЕСТВИЦА И АНТИЧКИ ОБРАЗОВНИ СИСТЕМ*

Значајни чинилац у античкој природнофилозофској спознаји је представљао појам времена, док је у развоју западне цивилизације посебно место имала примена јединственог система мерења времена. Платон је на више места у оквиру дијалогу поставио оквире свог космографског система и елемената који су у аритметичку везу довели посебне геометријске аспекте путања и дужине трајања „опхода” небеских тела око Земље. Међу њима се налазе и следећи исказ (*Тимај*, 37d–e):

„С тога је Отац наурио да створи некакву покретну слику вечности, па је, уређујући небо, истовремено стварао и слику вечности, од вечности непокретна и једна, која протиче у складу с бројем, а коју смо ми назвали време. Јер, дани и ноћи, месеци и године пре постанка неба нису постојали, него је (Отац) замислио да они постану у исто време, када је састављено небо” (Платон, 1995, стр. 82–83).

Визуелизација основа Платоновог космографског концепта у вези са појмом времена и елементима потребним за његово мерење, захтева увођење посебног геометријско-пропорцијског модела. Платон је попут пресократоваца за почело проучавања природних процеса и структурирања микро и макро света поставио геометријске основе *круга* и *сфере*. О томе, између осталог, сведоче сегменти из дијалога *Тимај* (33b):

„...[Бог је] његов лик [космоса] учинио сферичним, тако да је средина била подједнако удаљена од свих крајева и завртео га у круг, који је најсавршенији лик од свих [геометријских] ликова и који је сам себи једнак, више од свих других ликова, сматрајући да је једнако миријаду [10 000] пута лепше од неједнаког” (Платон, 1995: стр. 78).

У раздобљу класичне Грчке било је распрострањено схватање да се кретања небеских тела, циклични процеси у природи и друштву, збивају по законима симетрије и да се њихова „божанска” природа може поистоветити са идеалним (правилним) математичким објектима,

од којих су најзначајније место заузимале поменуте геометријске структуре круг и сфера, а након њих *елементарни троуглови* (Тимај, 54a–b), који се налазе у основи тзв. Платонових тела – *тетраедара*, *октаедара*, *коцке*, *икосаедара* и *додекаедара* (Платон, 1995, стр. 110–113). Колико су математички и временски појмови, посебно они који се тичу геометријских параметара у односу на које су били вршени прорачуни трајања годишњег циклуса, имали улогу и примењива својства у Платоновом схватању везе и односа просторно-временског поретка, говори и његов приступ у конципирању елемената друштвеног уређења. Оно се уочава на више места у оквиру Платонових дијалога, међу којима се налазе и следећи сегменти (*Закони*, 756b; 828b):

„Веће [скупштина] нека се састоји од тридесет пута два-наест чланова већника – јер број триста шездесет [360] је веома погодан за све врсте деоба...” (Платон, 1990, стр. 170); и

„Дај да, пре свега, утврдимо њихов број [светковина]. Нека их не буде мање од три стотине шездесет и пет [365], како би сваког дана барем једно старешинство при-нело жртву неком богу или демону у корист државе, ње-них грађана и њихове имовине...” (Платон, 1990, стр. 254).

Иако су схватања о математичким правилностима процеса у природи и друштву била доведена до нивоа догме, већина античких филозофа природе била је свесна да се „опход Месеца” и број дана у години (који условљавају цикличност природних процеса и животних активности на Земљи) не свде на целобројне вредности и број степени пуног круга ( $360^\circ$ ). О томе су говорили и старији математички прорачуни засновани на записима небеских појава и искуствима проистеклим из поступака усклађивања *лунарних* и *соларних* календара. Они су указали на то да временски интервали и привидне путање „опхода” небеских тела, посебно када су у питању опходи Сунца и Месеца, одступају за малу сразмерску вредност од структуре савршеног кружног поретка, односно да међу њиховим бројевним изразима и међусобним односима не постоје потпуна подударност и сазвучје ( $\frac{1}{1}$ ):  $\frac{\text{број дана у години}}{\text{број степени пуног круга}} \neq 1$ .

Платона је однос бројева интересовао више него њихова разлика јер је такав резултат у својству бездимензионалне константе могао да примени и помоћу њега заснује принципе и објашњења у вези са осталим одступањима и неуједначеностима (асиметријом) препознатим у процесима космичког структурирања (Platon, 1990, str. 438–439). Поменута чињеница упућује на разлог због којег је Платон геометријски број (*Држава*, књига осма, III, 545d–547a) довео у везу

са музичким образовањем (музама). Платон није био први који је уочио проблем поменутог одступања, њега су много раније у календарским прорачунима разматрали вавилонски и староегипатски астрономи и високорангирани свештеници чији је задатак био одређивање датума погодних за одржавање верских ритуала који су претходили различитим природним појавама. Одређени број старијих предсократоваца, а затим и питагорејаца, преузео је део старијих математичких и астрономских знања, чија је кумулативност омогућила Платону да конципира њихову природнофилозофску синтезу, у чијем се опису проналази геометријска веза музичких интервала и претпостављених односа у вези са динамиком и структурирањем материје (*Епиномис*, 990d–991b):

„За оне који увиђају и промишљају, Божанство је и вредно дивљења како се васцела природа у свакој аналогiji (сразмерком јединству) обликује по Идеји и роду, док се око двоструког увек окрећу степен и његова супротност. Прва пропорција, сагласно двоструком, напредује од броја један према броју два [ $1 : 2$  (*мала октава*)  $\rightarrow 2 : 1$  (*велика октава*)], али је двоструко већ потенцијална пропорција (усмерена) ка телесном и дохватљивом, при чему она прелази од броја један према броју осам [ $1 : 8 = 0,125 = (9 : 8) - (1 : 1) \rightarrow$  (*велики цели тон умањен за сазвучје*)], а у пропорцији, која води од двоструког према средини, један (од средишњих) је подједнако већи од мањег и мањи од већег, а други истим разломком и надмашује и бива намашен оним крајњим бројевима – тако је у средини између шест и дванаест [ $6 : 12 = 1 : 2 = 0,5 \rightarrow$  *мала октава*] успостављена пропорција три према два [ $3 : 2 = 1,5 -$  *квинта*] и четири према три [ $4 : 3 = 1,333\dots \rightarrow$  *кварта*] – у средишту ових бројева даровала је људима ради игре, ритма и хармоније, промену сазвучја [ $1 : 1 = 1$ ] и мере [1], дар блаженог хора муза стрктурирања.” (Platon, 1990, str. 451–452).

Такође, Платон је на више места, у оквиру истог дијалога, указао на односе Месечевих мена и музичких интервала. Међу њима се налази и следећи исказ (*Епиномис*, 978c–979a):

„Посматрајући то, заиста, свако од нас би запазио да (постоје) и три [3] и четири [4] и многи (бројеви). А пошто их Бог споји у једно, створи Селену [српасту форму];<sup>7</sup> показујући се сада већа сада мања, блистајући дан за даном, у току петнаест дана и ноћи оствари свој пут, то јест опход, ако неко хоће целокупно једно кружно кретање [ $360^\circ$ ] да представи као целину, да би, као што се каже, и најограниченији створ (међу људи-

<sup>7</sup> Хераклит је *српасту* (лучну/месечасту) *форму* означио појмом *биос* (живот): „*дуку* је дакле име живот, а дело (његово) смрт”. Видети: Diels, H. (1983). *Pred Sokratovci. Fragmenti* (1 svezak). Zagreb: Naprijed, 153 (Heraklit, B 48 [66] ETYM GEN. bios).

ма), којима Бог даде учење као природан дар, (то) дознало. У тим границама и у односу на те (појаве) свако способно живо биће постало је веома вично бројању, због појединачног посматрања” (Platon, 1990, str. 439).

Из поменутих сегмената може се закључити да је Платон располагао решењем које указује да се разлика квадрата *целог тона* (9:8) и *сазвучја* (1:1) своди на вредност разлике *сазвучја* и односа броја дана *лунарне (синодичке) године*<sup>8</sup> и броја степени *пуног круга*:

$$\left(\frac{9}{8} - \frac{1}{1}\right)^2 = \frac{1}{1} - \frac{\text{синодичка година}}{\text{број степени пуног круга}} = 1 - \frac{12 \times 29.53 \text{ дана}}{360^\circ} = 1 - \frac{354.375 \text{ дана}}{360^\circ} = 0,015625.$$

Платон је у наставку дијалога *Епиномис* (990b) указао на потребу да се на истоветан начин, помоћу математичких основа музичких интервала, разматрају и геометријске особине „опхода” Сунца око Земље:

„Селена најбрже прелази свој кружни пут и притом доводи Месец и први уштап. На другом месту треба посматрати Сунце и прекретнице које оно узрокује у току свог целог опхода, као и пратиоце на том (путу). И да често не говоримо исто о истим стварима (приметимо) да није лако упознати остале, раније споменуте [*Епиномис*, 986a–e], путање и да урођене особине, захваљујући којима (то) треба да буде могуће, морају бити вишеструким претходним обучавањима и навикавањима код дечака и младића брижно увежбане и с истим циљем припремане” (Platon, 1990, str. 451).

Смисао ове Платонове тврдње огледа се у резултату који разлику броја дана соларног циклуса и секстасезималне поделе пуног круга на 360° доводи у везу са вредностима *велике октаве* (2 : 1) и *питагорејске коме*. Наиме, када се од *велике октаве* одузме однос броја степени пуног круга и броја дана обичне године (365 дана), као резултат се добија вредност *питагорејске коме*:<sup>9</sup>

<sup>8</sup> Због ротације Земље око Сунца, Месецу је потребно додатно време да наврши пун круг и врати се у исти положај у односу на Сунце (време од једног пуног месеца до следећег пуног месеца). Због пертурбације Земљине и Месечеве орбите, стварно време између лунација може да износи (приближно) између 29,27 и 29,83 дана. Просечно трајање синодичког месеца износи око 29,531 дана или око 29 1/2 дана. Када се поменути број дана помножи са бројем дванаест (календарских месеци), добија се период од приближно 354,37 дана.

<sup>9</sup> О питагорејским интервалима више детаља видети: Diels, H. (1983). *Predsokratovci. Fragmenti* (I svezak), str. 359. О геометријском аспекту интервала питагорејске лествице видети: Милосављевић, П. (2007). Лествична деоба по златном пресеку. *Phlogiston*, 15, 26–31.

$$\text{велика октава} - \frac{\text{број степени пуног круга}}{\text{обична година}} = \frac{2}{1} - \frac{360^\circ}{365 \text{ дана}} = 1,0136 \dots \rightarrow \text{питагорејска кома.}$$

Поменути резултати до којих се дошло простим упоређивањем бројевних израза у вези са музичким интервалима, секстасезималном поделом круга на  $360^\circ$ , бројем дана *синодичке* и *обичне године*, представљају један од кључних параметара за разумевања Платоновог концепта *прве* и *друге хармоније*, које се налазе у основи Платонове *космолошке константе*, тзв. *геометријског броја* (*Држава*, књига осма, III, 545d–547a). Одступања од симетрије кружне путање небеских тела и временских интервала за које се збивају њихови „опходи” око Земље представљала су значајан религијски проблем, који је очигледно било потребно математички објаснити и теоријски (филозофски) оправдати. Питагорејци су решење поменутог проблема („малих сразмерских одступања”) видели у геометријско-сразмерском усклађивању „континуалних” и „дискретних” величина.

Питагорејци су у тежњи да ускладе рационалне са емпиријским резултатима, али и да „систем света” представе као потпуну, јединствену и савршену целину, развили посебан систем образовања у чијој се основи налазило учење о *математичкој хармонији*. С друге стране, основу математичке хармоније чинио је посебан вид обједињавања геометријске *интервала музичке лествице* и *непрекидне поделе*. Системом геометријски конципираних мера питагорејци су заједно са Платоном успели да потврде савршени склад и могућност да се односи који се могу запазити сведу на прости математичке односе. У вези са тим је Стобеј (Stobaeus), писац и компилатор античких текстова из 5. века, у делу *Еклоге* (Eclogae, I 21, 7d) указао на следеће:

„У погледу природе и хармоније ствари стоје овако: Суштина ствари, која је вечна, и сама природа захтева божанску, а не људску спознају, при чему би, дакако, било сасвим немогуће да иједна од ствари које постоје буде и спозната од нас кад не би већ постојала суштина ствари од којих је настао систем света, како ограничених тако неограничених. Но како су та почела већ постојала као неједнака и разнородна, то би очигледно било немогуће да се с њима уреди космос да није приступила хармонија без обзира на који је начин настала. Једнако дакле и истородно није уопште требало хармоније, али неједнако и разнородно и неједнако поредано мора бити обухваћено таквом хармонијом у каквој може стајати скупа у једном систему света” (Diels, 1983, str. 359).

Платон је у дијалогу *Држава* (књига VIII, 546–547) довео појам „неплодности душе” у везу са погрешним закључивањем насталим из лоше систематизације до тада спознатих природних релација.



Он је сходно питагорејским ставовима указао на то да лоша систематизација настаје због недовољно усклађених образовних приступа и доктрина у којима се математички резултати и геометријске законитости природних процеса и односа у оквиру законодавства посматрају одвојено (независно) једни од других. Наиме, из Платонових списа се може закључити да је основни узрок поменутог проблема недостатак методе која би омогућила да појединац на једноставан начин буде упућен на заједничке геометријске корене који се налазе у манифестацијама различитих природних феномена и циклуса од којих зависе људски живот и успешна организација државе.

Посматрано у односу на питагорејска становишта, примена геометријског поступка чини једну од најзначајнијих компоненти античке природнофилозофске спознаје, посебно када су у питању препознавања својстава сразмерске градације природног реда величина и њихова примена приликом успостављања друштвеног система. Платон је сматрао да сразмерски поредак и градација могу да се схвате и сагледају једино у односу на конструктабилни систем, односно след корака који је могуће извести помоћу елемената конструктабилне геометријске методе. Платон је преузео питагорејску доктрину, по којој се бројеви, сразмерски изрази или геометријски облици не уводе у анализу природних или космичких феномена као засебне структуре или засебни производи мишљења (независни од поступка њиховог конструисања), већ као елементи чија су просторно-временска својства и поредак условљени могућностима геометријске конструктабилности.

### *ЗАКЉУЧАК*

Аритметичка космографија која се провлачи кроз Платонове дијалоге указује на виши ниво математичких знања која су Платону и његовим савременицима омогућила да постигну успешну формализацију елемената геометријске конструкције непрекидне поделе и музичких интервала, као и изналажење подударности са вредностима емпиријских резултата који се доводе у вези са простирањем светлости, кретањем небеских тела и атомистичким погледима на структурирање материје. Платонова природнофилозофска спознаја и образовни концепт говоре о вишем степену когнитивног приступа и логичких ставова у вези са претпоставкама и различитим видовима примене непрекидне поделе, музичких интервала, правилних полигона и геометријских тела, од оних који се препознају у савременим анализама и изучавању природних и друштвених феномена. Из тог разлога је потребно де се савремени приступи и анализе античке заоставштине, посебно оне које су као облик синтетичког мишљења проистекле у оквиру балканских филозофских школа, додатно истра-

же кроз мултидисциплинарне обухвате и нивое синтетичког концепирања различитих научних резултата. Као што показују антички приступи, увођење вишег степена мултидисциплинарности у нове системе образовања и представљање научних резултата омогућило би шири обухват и културне увиде у елементе и нивое егзистенције античке природнофилозофске спознаје у савременом друштвеном контексту, али и важност њиховог даљег унапређења.

### ЛИТЕРАТУРА

- Adam, J. (1902). The Arithmetical Solution of Plato's number. *The Classical Review*, Vol. 16, No. 1, 17–23.
- Adam, J. (1902). *The Republic of Plato*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Adam, J. (1892). The Nuptial Number of Plato: Its Solution and Significance. *The Classical Review*, Vol. 6, No. 4, 152–156.
- Adam, J., Monroe, D. B. (1892). Mr. Adam and Mr. Monroe on the Nuptial Number of Plato. *The Classical Review*, Vol. 6, No. 6, 240–244.
- Adam, J. (1891). *The nuptial number of Plato: its solution and significance*. London: C. J. Clay and Sons.
- Ehrhardt, (1986). The Word of Muses (Plato, Rep. 8.546). *The Classical Quarterly*, New Series, Vol. 36, No. 2, 407–420.
- Aristotel, (1987). *O duši [On the Soul]*. Zagreb: Naprijed.
- Aristotel, (1971). *Metafizika [Metaphysics]*. Beograd: Kultura.
- Aristotel, (1970). *Organon [Organon]*. Beograd: Kultura.
- Aristotel, (1970). *Politika [Politics]*. Beograd: Kultura.
- Barton, G. A. (1908). On the Babylonian Origin of Platos's Nuptial Number. *Journal of the American Oriental Society*, Vol. 29, 210–219.
- Bury, R. G. (Rev.) (1919). Plato's Geometrical Number and the Comment of Proclus by A. G. Laird. *The Classical Review*, Vol. 33, No. 1/2, 45–46.
- Cornford, F. M. (1997). *Plato's Cosmology: The Timaeus of Plato*. Cambridge: Hackett Publishing Company.
- Diels, H. (1983). *Predsokratovci. Fragmenti (Svezak I) [The Fragments of the Presocratics (Volume I)]*. Zagreb: Naprijed.
- Diès, A. (1936). *Le Nombre de Platon: Essai d'exégèse et d'Histoire*. Paris: Imprimerie nationale.
- Donaldson, J. (1843). On Plato's Number. *Proceedings of the Philological Society*, Vol. 1, Issue 8, 81–90.
- Dumbrill, R. J. (2009). Four Tables from the Temple Library of Nippur: A Source for 'Plato's Number' in relation to the Quantification of Babylonian Tone Numbers. *The Archaeomusicological Review of the Ancient Near East*. Vol. 1, 27–38.
- Dupuis, J. (1885). *Le Nombre Geometrique de Platon*. Paris: Hachette.
- Egan, J. (2010). *Dee's Decad of Shapes and Plato's Number*. Newport, Rhode Island: Cosmopolite Press.
- Ehrhardt, (1986). The Word of Muses (Plato, Rep. 8.546). *The Classical Quarterly*, New Series, Vol. 36, No. 2, 407–420.
- Herz-Fischler R. (1998). *A Mathematical History of the Golden Number*. New York: Dover Publications.
- Johns, C. H. W. (1907). Plato's Number. Cuneiform Texts Discovered by the Babylonian Expedition of the University of Philadelphia. *The Classical Review*, Vol. 21, No. 8, 246–247.

- Klibinsky, R., Panofsky, E., Saxl, F. (1979). *Saturn and Melancholy. Studies in the History of Natural Philosophy, Religion and Art*. Nendeln/Liechtenstein: Kraus Reprint.
- Laird, A. G. (1918). *Plato's Geometrical Number and the Comment of Proclus*. Menasha, Wisconsin: The Collegiate Press, George Banta Publishing Company.
- McClain, E. G. (1974). Plato, „Musical ‘Marriages’ in Plato’s ‘Republic’. *Journal of Music Theory*, Vol. 18, No. 2, 242–272.
- McNamee, K., Jacovides, M. L. (2003). Annotation to the Speech of the Muses (Plato Republic 546B-C). *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik*, Bd. 144, 31–50.
- Milosavljević, P., Kandić, A. (2011). Geometrical aspects of Chronos: Ancient teachings about time and cosmic order. U *The Concept of Divine in its Diachronic Dimension* (str. 254–263). Athens: Olympic Center for Philosophy and Culture.
- Миросављевић, П. (2007). Лествична деоба по златном пресеку [*Scalar Division of the Golden Section*]. *Phlogiston*, Бр. 15, 5–71.
- Платон, (1995). *Тимаж [Timaeus]*. Врњачка Бања: Еидос.
- Platon, (1990). *Zakoni / Epinomis [Laws / Epinomis]*. Beograd: Bigz.
- Platon, (1970). *Dijalozi [Dialogues]*. Beograd: Kultura.
- Platon, (1969). *Država [Republic]*. Beograd: Kultura.
- Popov, M. A. (1999). On Plato’s Periodic Perfect Numbers. *Bull. Sci. Math.*, Vol. 123, 29–31.
- Ptolomy, (1952). The Almagest, U Hutchins R. M (Ed.), *Great Books of the Western World* (374–376). Vol. 16, Chicago: Encyclopæ Britannica.
- Young, G. C. (1925). On the Solution of a Pair of Simultaneous Diophantine Equations Connected with the Nuptial Number of Plato. *Proc. London Math. Soc.*, s2-23, 1, 2744.

## THE BASICS OF PLATO’S NATURAL PHYLOSOPHY AND THE ANCIENT EDUCATIONAL SYSTEM

**Predrag Milosavljević**

University of Belgrade, Studies at the University, History and Philosophy of Natural Sciences and Technology, Belgrade, Serbia

### Summary

From the time when Plato (424-347 BC) in his work ‘The Republic’ (Book III, 545d-547a) pointed out the arithmetical values and importance of insight into the Cosmological constant (also called ‘Geometrical’ or ‘Marriage number’), a great number of philosophers, mathematicians, astronomers and physicists have tried to interpret and formalize this, probably one of the most important but least understandable points in the ancient philosophy of nature. There are several points within his dialogues where Plato indicates that in the very core of the matter structuring, formation changes and cyclical processes in both nature and the universe, there is a simple geometrical principle from where the dynamic basics of the natural order of magnitudes ensue. Although the crucial role in Plato’s arguments belongs to numbers and arithmetical solutions, the insight into the cosmological number is reduced to a strictly mathematical problem or arithmeticized statement where a number in itself has a special meaning, separate from the geometrical characteristics congruent to certain empirical values. The analysis of different approaches and attempts to explain the meaning and possible application of Plato’s cosmological

number has shown two crucial problems. The first one, which indicated that without observation of the constructible geometrical method, which Plato used as a model, it was not possible to fully understand and explain the structural-analogical basics included into the description of the cosmological constant and the general attitude that Plato assumed towards the geometrical systematization of the Pythagorean musical scale intervals and the elements of natural-philosophical knowledge. The results of the multidisciplinary research have shown that the only way for Plato to reach a uniform result and structural-harmonic interdependence between numbers and ratios was through the geometrical construction of scalar/angular division by golden ratio.

Since Plato did not put together the elements of the analogical system within a single dialogue, the solution to the problem of cosmological constant had to be found in the synthesis of various segments belonging to different dialogues where the notion of 'soul', arithmetical statements and descriptions of the phenomena related to the characteristics of light, relations between the periodical revolutions of celestial bodies and various systems of annual cycle measuring, are related to continuous division, the principle of harmony and the intervals of the Pythagorean musical scale. Although the understandings of mathematical regularities in the processes of nature and society were raised to the level of dogma, most of the ancient philosophers of nature were aware that both 'Lunar cycle' and the number of days in a year could not be reduced to integer values and the number of degrees within a full circle. That had also been mentioned in some older mathematical calculations (Egyptian and Sumerian) based on the records about celestial phenomena and experiences gained through the procedures of coordination between lunar and solar calendars.

If Plato's cognitive mosaic is to be understood adequately, it is necessary to unify the Pre-Socratic and Pythagorean doctrines. In order to unify and adjust rational to empirical results and present 'the world system' as a complete, uniform and perfect whole, Pythagoreans developed a special system of education based on the mathematical harmony teachings. On the other hand, the basis for mathematical harmony was a special aspect of joining geometrization of the musical scale intervals and the continuous division to the geometry of natural phenomena. Through the system of geometrically conceived measures, ancient philosophers managed to prove the perfect harmony and the possibility for observable relations to be reduced to simple mathematical relations that enable an adequate educational approach to understanding and perception of the processes in nature.